



ÉTUDE STATISTIQUE ET SYSTÉMATIQUE DES UNITÉS DE MESURE EMPLOYÉES POUR DIMENSIONNER LES PORTES D'ENTRÉE DES ÉGLISES DU ONZIÈME AU DIX-HUITIÈME SIÈCLE

Quentin Leplat – Juillet 2017

RÉSUMÉ :

À partir d'un échantillon réalisé dans un secteur géographique donné, en mesurant les dimensions des portes d'entrée d'églises, chapelles et abbayes du secteur, nous observons une redondance dans les unités de mesure employées entre le 11^{ème} et le 18^{ème} siècle.

Les unités de mesure les plus redondantes sont 33,3 cm, 20 cm, 31,4 cm, 52,3 cm, 86,6 cm et 38,9 cm. Ces unités révèlent l'usage du mètre ($1/3 \text{ m} = 33,33 \text{ cm}$, $1/5 \text{ m} = 20 \text{ cm}$), de la coudée égyptienne ($52,3 \text{ cm} = 1 \text{ coudée}$, $5/3 \text{ de coudée} = 31,4 \text{ cm}$), d'une variante du « pied de roi » de 32,48 cm ($43,3 \text{ et } 86,6 \text{ cm}$ qui mesurent $4/3 \text{ et } 8/3 \text{ de pied de roi}$) et enfin le pouce romain $1,852 \text{ cm}$ ($21 \times 1,852 = 38,9 \text{ cm}$).

Ces observations factuelles et statistiques suggèrent que les unités de mesure telles que la coudée et le mètre se sont transmises au cours des millénaires de notre Histoire, jusque dans les sociétés de bâtisseurs que l'on appelle les « Compagnons » qui sont souvent à l'origine des grandes constructions européennes réalisées entre le 11^{ème} et le 18^{ème} siècle. L'hypothèse proposée par certains auteurs, à savoir que la connaissance d'une mesure identique à l'unité métrique aurait existé avant les travaux de Méchain et Delambre (fin 18^{ème}), se trouve ici confirmée. Le mètre est une unité de mesure très ancienne issue des dimensions de la Terre. Les découvertes métrologiques des savants qui se sont rendus en Égypte sous Napoléon avaient d'ailleurs signalé dans leur compte-rendu que tout portait à croire que les anciens Égyptiens avaient déjà mesuré la Terre.

La coudée de Nippur, la coudée égyptienne, le pied romain ou grec, le « pied drusien », le yard mégalithique et le mètre, sont des unités de mesure qui présentent des imbrications évidentes, attestant d'une métrologie ancienne à l'origine de toutes les autres. Une mesure reculée dans le temps et très précise de la Terre (datant du néolithique ?) s'est répandue dans tous les systèmes de mesure avec des variations sur le nombre d'unités de base, ce qui donne l'impression trompeuse que ces unités n'ont aucun rapport.

Mots-clefs :

Métrologie antique, métrologie du Moyen-âge, métrologie de la Renaissance, étude statistique, mètre, coudée, toise, pied, doigt, coudée, yard mégalithique, stade.

PREAMBULE :

Lorsque l'on se penche sur la métrologie des civilisations antiques, il est bon de rappeler que nous avons retrouvé très peu de règles graduées permettant de connaître les mesures exactes qu'ils employaient. Aujourd'hui, les métrologues travaillent donc directement sur les mesures des monuments, afin d'en déduire les unités de mesure utilisées par les bâtisseurs. Quelques étalons de mesure anciens existent, comme la coudée de Nippur ($51,84 \pm 0,01$ cm), ou encore différentes coudées égyptiennes dont la plus connue, la « coudée royale » ($52,36 \pm 0,01$ cm). Des règles métalliques furent aussi retrouvées dans des vestiges celtiques. Les métrologues s'appuient en complément sur des mesures de monuments construits dans l'Antiquité pour comprendre les systèmes qui s'y cachent. Cette méthode était déjà employée au début du 19^{ème} siècle¹ (extrait 1). L'Allemand Rolf Rottländer, de l'Université de Cologne, est le métrologiste du 20^{ème} siècle qui a le plus contribué à la connaissance des mesures antiques. Ses travaux nous permettent de connaître avec une très grande précision par exemple le système de mesure des Romains, et notamment leur fameux pied, qui mesure $29,63 \pm 0,01$ cm. Un autre scientifique, moins connu, le professeur Alexander Thom, ingénieur de profession, mais passionné par les mégalithes, fit la découverte, à l'issue de centaines de mesures réalisées sur le terrain, d'une unité encore plus ancienne. Il s'agit du yard mégalithique, qui mesure $82,95 \pm 0,01$ cm. Rolf Rottländer remercia le professeur Thom pour les précieux relevés qu'il avait effectués.

DÈS ANCIENS ÉGYPTIENS. 7

mée en mètres et en parties de mètre, ou en toute autre mesure moderne. A défaut d'étalon, il n'est qu'un moyen infailable; c'est de mesurer des monuments dont les anciens nous aient transmis les grandeurs en coudées, en pieds, en plèthres, etc., et de comparer celles-ci avec les dimensions actuelles. Malheureusement il y a en Égypte très-peu d'édifices dont les anciens aient rapporté les dimensions : aussi nous rassemblerons avec soin tous les faits de ce genre. A mesure que nous aurons déterminé diverses valeurs, nous les mettrons à part; nous observerons si quelque rapport constant lie en effet ces valeurs entre elles; et, dans ce cas, nous conclurons légitimement que ces mesures sont le fruit d'une institution, et non du hasard ou du caprice. Passant à la recherche des parties aliquotes, si nous leur trouvons des valeurs égales à celles que nous aurons déterminées précédemment, celles-ci en recevront une confirmation solide, ainsi que le système des mesures en lui-même.

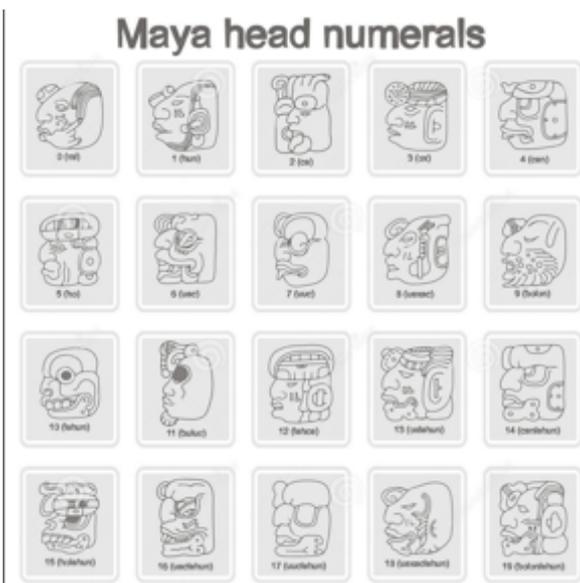
L'examen de l'étendue de l'Égypte et de la valeur du degré terrestre en cette contrée fera le premier objet de nos recherches. Ainsi que nous l'avons dit plus haut, ce n'est pas avancer une idée absolument nouvelle, que de comparer les mesures des anciens avec un type pris dans la nature. On ne sera donc pas surpris que nous exposions d'abord les grandes mesures géographiques de l'Égypte,

EXTRAIT 1

En ce qui concerne l'époque médiévale et la Renaissance en France, les historiens et métrologues s'accordent pour dire que ces centaines de mesures coexistaient dans le pays, et que leur unification n'est apparue qu'à l'époque de la Révolution française. Pourtant, nous savons que les bâtisseurs de cathédrales, organisés en corps de métier appelés « Compagnons », utilisaient des mesures dont on écrit qu'elles étaient relativement stables, tout comme le pied anglais, qui n'aurait pas changé depuis le Moyen-âge. Ces Compagnons utilisaient une canne de bâtisseur qu'on appelle aussi la « pige » (d'où l'expression « avoir pigé »). Il est important de

préciser que les Compagnons étaient des artisans mobiles, et non des artisans locaux participant à l'édification des grandes cathédrales ! Il s'agissait bien de Compagnons charpentiers et de tailleurs de pierre, qui se déplaçaient au grès des commandes et des chantiers qu'ils « décrochaient ». Ce qui implique que ces artisans avaient leurs propres unités de mesure, et qu'elle ne dépendait pas des étalons locaux qui variaient d'un département à l'autre.

Notre étude se propose d'effectuer une recherche des unités de mesure employées par les bâtisseurs des églises et abbayes dans la région du Puy de Dôme. Cet échantillon est représentatif des unités de mesures employées en France.



La mesure systématique des portes d'entrée de toutes ces églises nous paraît importante, puisque de par le caractère sacré et symbolique du « passage » elles sont susceptibles d'avoir été dimensionnées avec des unités de mesures permettant l'expression de nombres ayant des propriétés et qualités remarquables. Autrefois les nombres ne servaient pas seulement à compter, ils évoquaient aussi des qualités particulières. Par exemple dans le système d'écriture des chiffres mayas, les nombres étaient représentés par des têtes de personnage avec différentes expressions. On peut aussi citer les idéogrammes égyptiens, employés pour représenter les nombres. Ces derniers apparaissent comme étant une des premières formes d'écriture, mais aussi un moyen d'accès à la connaissance scientifique antique. L'astronomie, la

musique et la géométrie sont liés aux nombres.

Enfin, pour terminer cette introduction, il faut rappeler que la recherche d'unités de mesure antiques dans les églises a déjà été entreprise avec succès à la fin du 19^{ème} siècle, y faisant apparaître l'usage du pied romain ou de la coudée du Moyen-Orient.²

METHODE DE MESURE :

Nous avons mesuré systématiquement toutes les portes d'entrée des églises. Hauteur et largeur furent mesurées avec un télémètre laser Leica ou Bosch. La précision fut retenue au mm près pour chacune des mesures. Nous avons exclu certaines églises dont les travaux de rénovation trop importants à partir du 19^{ème} siècle pourraient de facto introduire le mètre qui avait déjà été découvert à la fin du 18^{ème} siècle (en mesurant la taille de la Terre). Des recherches sur l'historique de ces églises nous ont permis d'écarter ainsi des monuments dont les remaniements récents auraient faussé notre étude statistique.³⁴ Nous avons aussi exclu les églises construites au 19^{ème} siècle, comme celles de Murol, Perrier, Tourzel, Montpeyroux, Tallende, Sauvagnat, Lamontgic. Certaines églises ont subi des remaniements en ce même siècle, avec notamment la reconstruction du porche de l'entrée (St-Cirgues sur Couzes, Neschers, St-Babel). Nous ne pouvons pas non plus les intégrer à notre base d'étude statistique. Enfin, une largeur de porte n'a pas été comptée, les pierres étant trop abimées pour déterminer avec une précision suffisante les dimensions de l'entrée... il s'agit de celle de la Chapelle Marcousse.



D'autre part, si la plupart des églises a connu des phases de restauration, cela concerne prioritairement les toits, les façades, les dallages, les joints et peinture des murs... les fondations et les dimensions des portes d'entrée n'ont pas été modifiées, car cela impliquerait la destruction de l'édifice. Une porte d'église ne peut être « retouchée » sans risquer d'altérer la façade, puisque c'est l'arche de la porte qui soutient cette dernière.

Il ne reste donc dans l'étude que les mesures dont nous n'avons plus de doute quant à l'origine antérieure à 1799, et donc à la définition du mètre. Même si le mètre fut défini en 1799, son utilisation à grande échelle par les artisans ne se fit pas du jour au lendemain. Il aura fallu quelques décennies pour que le mètre soit utilisé comme système de mesure sur tout le territoire et par tous les corps de métier.⁵

Certaines églises possèdent plusieurs portes d'entrée, en plus de la principale. Pour celles-ci, nous avons donc récolté plusieurs dimensions de porte. Nous n'avons pas compté plusieurs fois les portes d'une même église dont les dimensions sont identiques, afin de ne pas fausser l'étude par des redondances métrologiques locales.

METHODE D'ANALYSE STATISTIQUE :

Toutes les portes d'entrée des églises antérieures à 1799 ont été mesurées dans un secteur géographique que nous avons délimité de manière arbitraire, soit un total de 60 églises. Ce qui nous permet de disposer d'un échantillon de plus 155 mesures différentes pour les hauteurs et largeurs des portes de ces églises. La plupart des églises possède deux entrées.

FIGURE 1 : CARTE DU SECTEUR GEOGRAPHIQUE OU NOUS AVONS MESURE TOUTES LES PORTES DES EGLISES

Toutes ces mesures sont ensuite testées pas à pas par deux algorithmes afin de déterminer celles qui sont des multiples en nombre entier d'une unité de mesure.

Voici comment fonctionne le premier :

EXEMPLE :

A L'ISSUE D'UNE MESURE DE 157,1 CM. ELLE EST DIVISEE PAR TOUS LES NOMBRES COMPRIS ENTRE 20,0 ET 120,0 CM, AVEC UNE PRECISION AU MM PRES, SOIT 20, PUIS 20,1, PUIS 20,2... JUSQU'A 119,8, PUIS 119,9 ET 120. A CHAQUE FOIS QUE LE RESULTAT DONNE UN NOMBRE ENTIER AVEC UNE PRECISION AU CENTIEME(0,01), LA VALEUR EST ENREGISTREE.

Par exemple 157,1 divisé par 52,19 à 52,54 = $3 \pm 0,01$.

On peut suspecter qu'une unité de mesure comprise entre 52,19 et 52,54 a été employée. Mais sur une seule mesure, il est difficile de l'affirmer. C'est pour cette raison que nous avons effectué un grand nombre de mesures. Si l'on retrouve une seule fois cette mesure de 52,19 à 52,54 dans notre échantillon, ce n'est pas pertinent. Par contre, si on la retrouve 8 ou 9 fois sur 155 mesures, il devient beaucoup plus probable que cette dimension soit une des unités de mesures employées pour ériger l'église en question.

Nous appliquons donc un calcul de probabilités, en nous appuyant sur la loi binomiale, afin d'évaluer les unités de mesure les plus probables en raison du nombre de fois où elles apparaissent à l'issue du filtre statistique. Cela permet de classer les mesures par ordre de probabilité croissante.

Il est important de préciser que les unités de petite taille ont plus de chance d'apparaître. C'est pourquoi dans le classement des unités, une mesure de 60 cm qui apparaît 8 fois est plus improbable qu'une mesure de 20 cm qui apparaît 10 fois par exemple. En effet, entre 70 cm et 470, l'on peut trouver 5 intervalles de 80 cm, $(470-70)/80 = 5$, alors que pour 20 cm l'on en trouve 20. Observer des multiples de 20 cm sera donc plus facile que d'observer des multiples de 80 cm.

L'algorithme qui permet de classer les unités de mesure est publié sur notre site web.⁶

Nous avons fait plusieurs essais pour tester les unités de mesure comprises entre 20 et 120 cm. Cette fourchette correspond aux étalons de mesure couramment utilisés pour ce type de travaux. Les différentes règles de mesures graduées employées par les bâtisseurs telles que la coudée, le pied, la palme, le yard, la canne, ont des dimensions qui se trouvent dans cet intervalle.

Voici comment fonctionne le second :

Au lieu de rechercher des multiples en nombre entier avec une précision de $\pm 0,01$ nous allons chercher des multiples en nombre entier en fonction de la précision de nos mesures et de l'ouvrage des constructeurs. En effet, il est possible qu'une porte ne soit pas exactement parallèle. On peut observer aussi de l'usure. Globalement on peut estimer que les mesures que nous prenons, ont une précision de l'ordre du 1/3 de centimètre. Même si notre laser est précis au mm, l'usure de la pierre, une erreur de l'artisan de 1 ou 2 mm n'est pas à exclure.

Prenons un exemple : On mesure 233,6 cm. Cette valeur sera testée pas à pas au mm près, de 20 cm à 150 cm, par exemple. Pour que l'unité soit retenue, il faut que la mesure réelle moins le nombre entier soit inférieure à la précision de la mesure.

$$7 \times 33,3 = 233,1$$

$233,6 - 233,1 = 0,5$ cm. Or $0,5 > 0,333$ donc la mesure de 33,3 n'est pas exploitable pour le test statistique, car l'écart est supérieur à la précision de la mesure.

$$7 \times 33,4 = 233,8$$

$233,8 - 233,6 = 0,2$ cm. Or $0,2 < 0,333$ donc la mesure est exploitable pour le test statistique, car l'écart est inférieur à la précision de la mesure.

Le croisement des deux algorithmes permet de rendre le test plus fiable. Les résultats étant presque identiques, cela permet en même temps de valider les mesures détectées.

RESULTATS BRUTS :

Algorithm 1

Classement issu des valeurs réellement mesurées, unités recherchées entre 20 cm et 150 cm, précision à 0,01 d'un nombre entier.

Unité testée	k
33,300	12
20,000	11
52,300	9
31,400	9
38,900	8
95,200	8
116,200	7
116,300	7
116,400	7
116,800	7
117,000	7
117,100	7
117,200	7
30,000	8
59,900	7
78,400	7
36,000	7
95,100	7
95,300	7
60,100	8
43,300	8
44,200	8
34,900	7
52,400	7

Classement issu d'une 1^{ère} série aléatoire :

Unité testée	k
118,9	9
119,0	9
119,4	9
66,3	9
113,8	8
113,9	8
118,5	8
118,6	8
118,7	8
118,8	8
119,1	8
39,9	8
79,1	8
33,2	8
31,1	8
34,0	8
104,6	8
104,7	8
105,0	8
113,4	7

Classement issu d'une 2^{ème} série aléatoire :

Unité testée	k
55,2	8
42,9	8
90,3	7
72,7	7
72,8	7
55,1	7
76,6	7
76,7	7
76,8	7
65,3	7
65,4	7
65,6	7
50,8	7
59,7	7
22,6	7
21,0	7
35,1	7
52,2	7
24,5	7
32,2	7

Algorithme 2

Paramètres :

Précision 0,333 cm, unité testée entre 20 cm et 150 cm, pas de millimètre en millimètre.

Unité testée	k : Nombre de multiples observés	Classement brut par ordre croissant de 1 chance sur...	Probabilité d'obtenir « k » multiple de l'unité
33,3	12	53391	0,01>P>0,001
116,65	5	4225	0,04>P>0,004
52,3	8	4511	0,01>P>0,001
90,0	6	1206	
86,6	6	1178	
38,9	8	611	
142,6	4	440	
95,6	4	438	
63,65	5	202	
31,4	9	193	
23,8	10	189	
60,0	6	164	
45,0	7	157	
20,0	11	99	
30	8	59	

Nous avons aussi testé des mesures aléatoires comprises dans la même fourchette de mesures et avec le même paramètre. Sur la figure 2, on observa la répartition de 100 tests avec des mesures aléatoires, où nous comptons le nombre de multiples entre 30 et 35 cm, pour comparer cela avec les 12 mesures de 33,3 que nous obtenons sur notre échantillon de mesure. On constate que la présence de 12 multiples de 33,3 cm sur les 155 mesures de notre échantillon ne relève pas du hasard. Il y a au mieux une chance sur 100 à une chance sur 1000 d'observer 12 multiples d'une mesure comprise entre 30 et 35 cm. Notre jeu de mesure obtient 12 multiples de 33,3 cm.

Pour la mesure de 52,3 cm, sur la figure 3, nous constatons que 100 tests aléatoires donnent un seul résultat avec 7 multiples. Or, nous en avons 8 sur notre échantillon réel. Soit une probabilité comprise entre de 0,01 et 0,001 de constater 8 multiples.

Le fait que ces deux mesures de 33,3 et 52,3 cm soient conjointement aussi peu probables, rend pratiquement impossible que cela se produise par hasard. Il y a une chance sur 10 000 à 1 000 000 pour que nous puissions observer conjointement ces deux mesures aussi souvent sur notre échantillon.

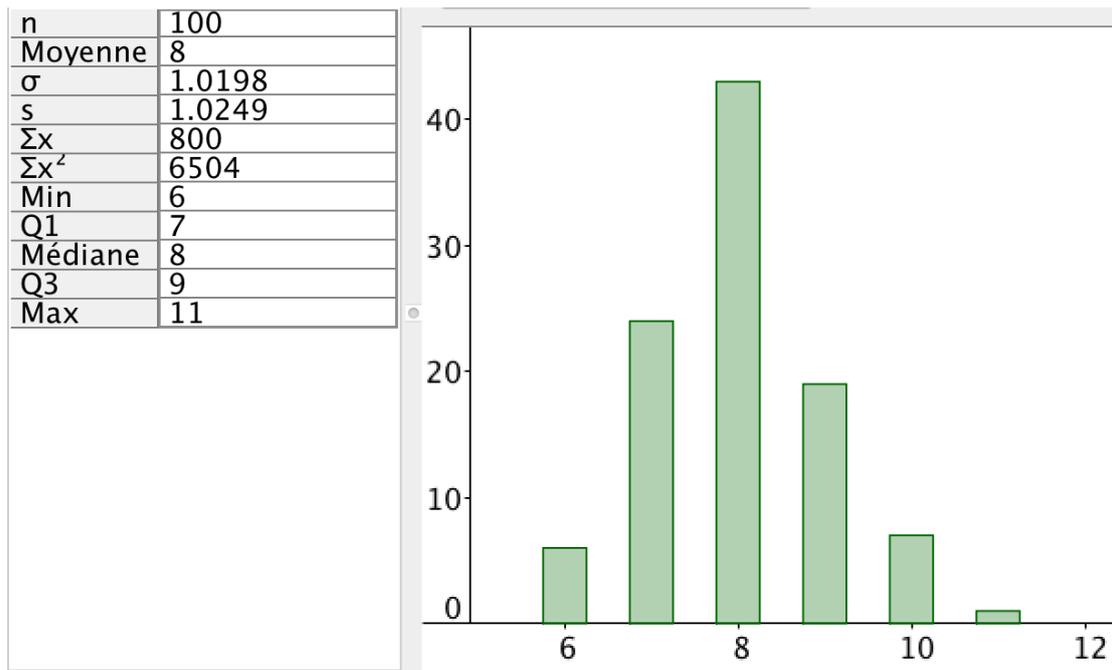


FIGURE 2 : TEST ALEATOIRE DU NOMBRE DE MULTIPLES AUTOUR DE 33 CM

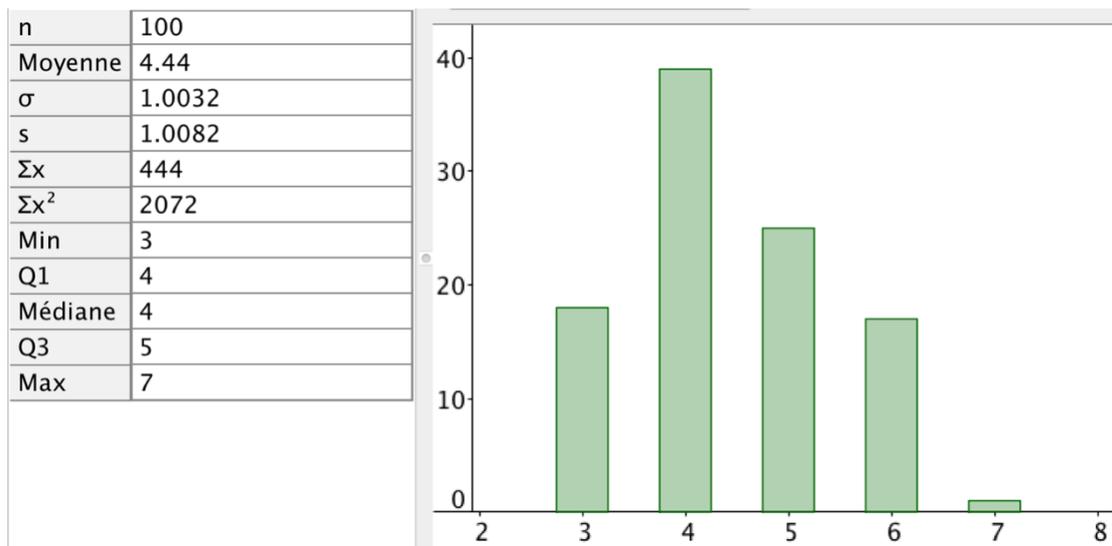


FIGURE 3 : TEST ALEATOIRE DU NOMBRE DE MULTIPLES AUTOUR DE 52 CM

PREMIERE CONSTATATION, ET ANALYSE CRITIQUE DE L'OUTIL STATISTIQUE

Ci-dessous, avec le premier algorithme, les relations simples et suffisamment précises que l'on peut retenir comme hautement probables, la précision moyenne étant supérieure à 99,9%

Mesures du top 5	Relation métrologique simple	Précision
33,3 cm (12 apparitions sur 155)	1/3 de mètre	99,9 %
20 cm (10 apparitions sur 155)	1/5 de mètre	100 %
52,3 (9 apparitions sur 155)	1 coudée	99,88%
31,4 (9 apparitions sur 155)	3/5 de coudée	99,94%
38,9 (8 apparitions sur 155)	21,004 pouces romains	99,8%

Top 5 des unités qui émergent des mesures réelles

33,3 ET 52,3 REVELENT DE TOUTE EVIDENCE L'USAGE DU PIED METRIQUE (1/3 DE METRE) ET DE LA COUDEE ROYALE EGYPTIENNE, DONT LA VALEUR EST ESTIMEE A 52,36 CM ± 0,01.

Ci-dessous, les relations simples, moins précises et moins bien classées, mais qui peuvent pour certaines être probables du fait de leur relation avec les unités citées dans le top 5 du tableau précédent :

Mesures top 6 à 15	Relation métrologique simple	Précision
116,7 cm (regroupement valeurs 6 à 12)	7/6 de mètre ou 6/10 de toise	99,97% ou 99,95%
30	3/10 de mètre	100%
59,9	6/10 de mètre	99,83%
78,4	3/2 de coudée (3/2 de 52,3)	99,82% (99,93%)
36		
95,2		
60,1	6/10 de mètre	99,83%
44,2		
34,9	2/3 de coudée	99,9%
52,4	1 coudée	99,92%

De la 6^{ème} à la 15^{ème}, unités qui émergent des mesures réelles

Ci-dessous, avec le second algorithme :

Mesures du top 5	Relation métrologique simple	Précision
33,3 cm (12 apparitions sur 155)	1/3 de mètre, soit le pied métrique	99,9 %
116,65 cm (5 apparitions sur 155)	3,5 pieds métriques	99,98 %
52,3 (8 apparitions sur 155)	1 coudée royale	99,88%
90,0 (6 apparitions sur 155)		
86,6 (6 apparitions sur 155)	2,6666 pieds de roi (32,48)	99,98%

Top 5 des unités qui émergent des mesures réelles

SIMULATION ET COMPARAISON ISSUES DE VALEURS ALEATOIRES DANS LES TABLEAUX CI-DESSOUS

Mesures du top 5	Relation métrologique simple	Précision
118,9 cm	4/9 de coudée ou 4 pieds romains	99 % ou 99,69%
119 cm	4/9 de coudée ou 4 pieds romains	98,8 % ou 99,61%
119,4	5/6 de mètre ou 4 pieds romains	99,5% ou 99,28%
66,3	2/3 de mètre	99,4%
113,8	11/5 de coudée de Nippur	99,78%

Top 5 des unités qui émergent d'un tirage de mesures aléatoire sur le premier test.

Mesures du top 5	Relation métrologique simple	Précision
55,2 cm	2/7 de toise	99,28%
42,9 cm	7/5 de pied anglais	99,46 %
90,3	9/10 de mètre	99,66%
72,7	7/5 de coudée égyptienne	99,17%
72,8	7/6 de coudée égyptienne	99,31%

Top 5 des unités qui émergent d'un tirage de mesures aléatoires sur le second test

Si l'on observe qu'avec 155 mesures il est possible (sur un échantillon aléatoire) d'obtenir des multiples qui apparaissent 8 à 10 fois en raison du très grand nombre d'unités de mesure que nous testons (1000), il est tout de même très rare d'obtenir plus de 10 multiples. Avec une mesure dont la taille est de l'ordre de 33,3 cm, les probabilités de trouver 10 à 12 multiples sont avec le premier algorithme :

- 1/4000 pour 10 multiples
- 1/19 000 pour 11 multiples
- 1/90 000 pour 12 multiples

.....

IL EST NECESSAIRE DE RAPPELER QUE LE BUT DE L'ETUDE N'EST PAS DE TROUVER UN NOMBRE PARTICULIER DE MULTIPLES, MAIS DE TROUVER LES UNITES DE MESURE, CAR LES ARTISANS AUTEURS DE CES ŒUVRES UTILISAIENT LA MESURE, ET IL EST EVIDENT QUE NOUS POUVONS NOUS ATTENDRE A TROUVER CES MESURES. LE FAIT QUE NOUS AVONS LA CERTITUDE QUE DES MESURES SONT EMPLOYEES ECARTENT DE FACTO LES CHANCES DE TOMBER PAR HASARD SUR DES VALEURS ALEATOIRES EN TETE DE LISTE.

.....

Ces résultats aléatoires donnent des résultats moins précis, moins cohérents, et reposent sur des fractions avec des nombres entiers plus grands, donc moins pertinents. L'on observe qu'il y a plusieurs unités possibles pour une même valeur, rendant les choses difficilement exploitables. Si en apparence cela semble presque aussi précis, cela n'est pas le cas quand on se place sous le cadre des lois de probabilité.

La précision :

Par exemple entre 99% et 99,9% de précision la probabilité de la seconde est 10 fois plus faible. Or la moyenne de précision des 5 meilleures valeurs réelles est de 99,904 % contre 99,296 % pour les valeurs aléatoires. Le rapport de probabilité de ces niveaux de précisions est de 1/9. Ce qui veut dire que vous avez 9 fois plus de chances de trouver des valeurs intéressantes avec un niveau de précision de 99,296 % que 99,904%.

Il est indispensable que les rapports entre un diviseur (X) et une unité (U) de mesure soient précis à plus de 99,8% pour que l'on puisse valider la mesure.

Exemple :

166,8 cm c'est 5x33,3 cm à 99,82%. L'erreur est de 2 mm sur 166,6.

164,9 cm c'est 5x33,3 cm à 99 %. L'erreur est de 1,7 cm sur 166,6.

Une erreur de 2 mm est acceptable, mais 1,7 cm ne l'est pas en terme de mesures sur un échantillon important.

Le classement des unités par ordre décroissant de probabilité

Les relations qui s'établissent avec précision sur les mesures réelles apparaissent mieux classées que les résultats issus d'une liste de mesures aléatoires. En effet, il faut aller chercher au-delà de la 10^{ème} place du classement pour commencer à trouver des relations simples avec un niveau de précision qui commence à approcher celui des mesures réelles (99,6% contre 99,9% pour les mesures réelles).

Par exemple, sur la première série aléatoire, en 12^{ème} et 14^{ème} position seulement apparaissent deux valeurs de 39,9 et 33,2 qui sont 4/10 de mètre et 1/3 de mètre, mais avec une précision de 99,75% et 99,6%. Comparé à 99,9% et 100% qui apparaissent pour la 1^{ère} et 2^{ème} valeur du classement des mesures réelles.

Puis il faut arriver en 17^{ème} position pour trouver 2 coudées avec un niveau de précision de 99,98%.

Les fractions et rapports simples entre les unités

L'autre aspect important en métrologie, c'est que les unités de mesure sont la plupart du temps fractionnées de deux manières :

- Avec des nombres entiers simples, compris entre 1 et 10.
- Avec des nombres entiers qui se suivent. Par exemple, la coudée de Nippur mesure 99/100 de la coudée égyptienne, le pied romain mesure 24/25 du pied grec ou 35/36 du pied anglais, ou plus simplement 8/9 du pied métrique^a.

Il faut bien comprendre également qu'un rapport 2/3 précis à 99,9% sera plus rare à observer qu'un rapport de 7/9 ou de 32/45....

Par exemple, si nous observons 2/3 de mètre et 7/9 de mètre, cela revient à observer une unité de 33,33 cm (100/3) et une autre 11,11 cm (100/9). Plus la mesure recherchée est petite et moins elle est pertinente. Si l'on trouve par exemple 53,1 mètres, nous ne pouvons pas affirmer qu'il s'agisse de l'unité métrique au prétexte que cette mesure vaut 53/100, même si ce rapport est très précis.

Autre exemple, avec un rapport de 35/87^{ème} de mètre pour une mesure de 40,2 cm, cela n'est pas du tout recevable d'un point de vue métrologique et statistique. On ne peut pas s'amuser à aller chercher des rapports en nombres entiers aussi compliqués, car toute mesure est réductible à une fraction en nombres entiers relativement précise. Plus les nombres qui constituent la fraction sont petits et plus une mesure est pertinente.

^aCe type d'ajustement des mesures anciennes s'explique par des choix commerciaux, notamment lorsque les marchands et artisans avaient besoin de convertir la mesure de leur marchandise en fonction de l'économie locale. On ajoutait ou retirait une fraction unitaire à la mesure.

Les fractions métrologiques les plus pertinentes sont les plus simples. Cela se comprend pour plusieurs raisons. Tout d'abord, les artisans, avant la réforme du système métrique et décimal, utilisaient la division de leur unité de base en ratio simple.

- Toise ou brasse = 6 pieds = 2 yards ($1/6$; $1/2$; $1/3$)
- Un pas = 2,5 pieds ($2/5$)
- Un yard = 2 coudées ($1/2$)
- Une coudée vaut 1,5 pieds ($3/2$)
- Un pied vaut 12 pouces, et chaque pouce vaut 12 lignes (le pied est parfois divisé en 16 ou 18 doigts)
- Un doigt = $2/3$ de pouce

On voit bien que les ratios sont simples. Et ce type de division des unités est très ancien, les Romains, les Grecs, les Égyptiens déjà avaient adopté ce type de principe.

Division de l'unité de mesure Fraction simple, régulièrement employée dans la division des mesures avant la réforme du système métrique et décimal

1					
2	$1/2$				
3	$1/3$	$2/3$	$3/2$		
4	$1/4$	$3/4$	$4/3$		
5	$1/5$	$2/5$	$3/5$	$5/3$	$4/5$
6	$1/6$				$5/6$

Il était rare, mais pas impossible, que les mesures fussent exprimées sous la forme $1/6$, $1/7$, $1/8$, $1/9$, ou $1/10$. Lorsque les artisans avaient besoin de mesures plus précises, ils les complétaient avec les unités intermédiaires que sont le pouce et le doigt, ou la ligne, et enfin le point. Par exemple, l'on donnait la mesure de 1 pied, 2 pouces et 5 lignes.

Un autre aspect important est d'ordre numérogique, discipline que sommes peu habitués à appréhender. Mais dans les anciennes cultures, les nombres ne sont pas que de simples quantités, nous l'avons rappelé dans l'introduction, et certains nombres et ratios renvoient directement à des suites numériques importantes.

Jean Claude Hocquet rappelle l'importance de la suite de Fibonacci en matière de métrologie médiévale⁷. Le 1, 2, 3, 5 sont les 4 premiers chiffres de la série de Fibonacci, mais aussi les 4 premiers nombres premiers, c'est-à-dire divisibles uniquement par eux-mêmes. Les caractéristiques de ces 4 chiffres les rend particulièrement importants dans les traditions qui nous ont précédés.

L'on comprend mieux dès lors pourquoi les métrologues observent souvent des fractions d'unités de mesure simples, comme $1/2$; $2/3$; $3/5$.

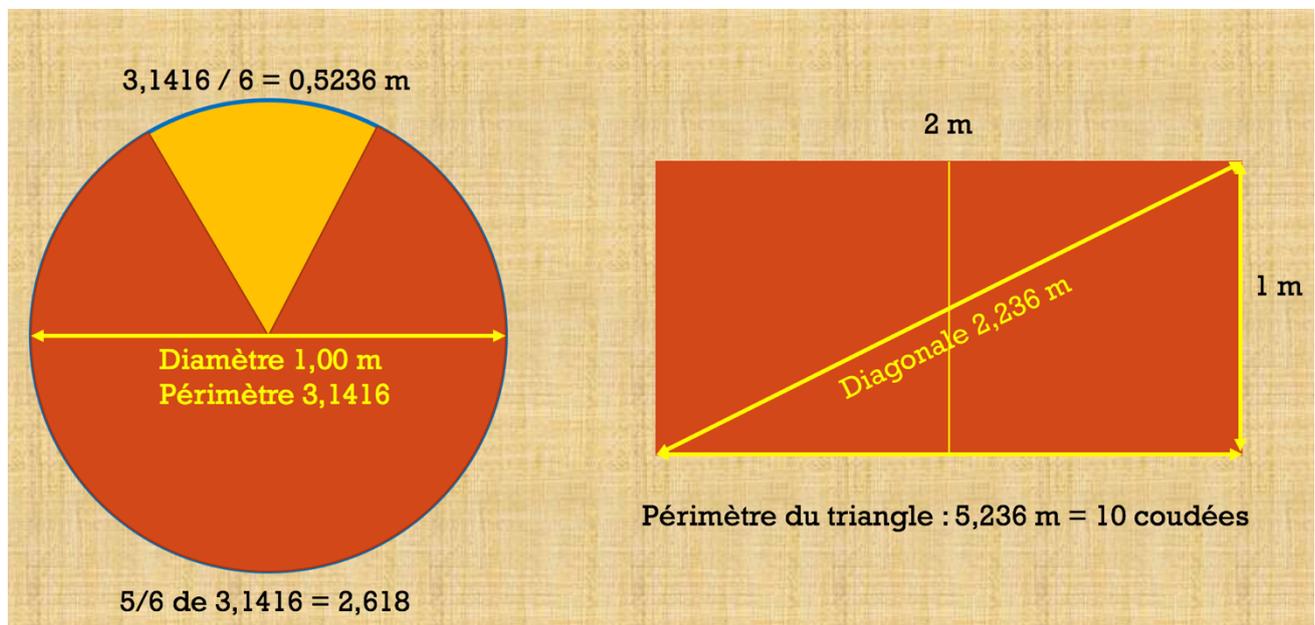
Le contexte historique

Il s'agit d'un aspect important aussi, car sur une série de mesures en France, l'on ne va pas tester des unités de mesure provenant d'Amérique du Sud, par exemple. L'on va d'abord rechercher des unités dont nous savons qu'elles avaient cours en France à l'époque concernée. En l'occurrence, la Toise de l'académie des sciences (1,949 m) ou le pied de roi (32,48cm).

Ensuite, l'objectif de cette étude est aussi de valider ou d'invalidier l'hypothèse issue d'observations de terrain, anciennes et boycottées, selon lesquelles la coudée égyptienne et/ou le mètre auraient été employés

en France par les artisans en charge de la construction des cathédrales, églises, ou châteaux... cette hypothèse accompagne celle de l'usage du mètre dont « les auteurs non conventionnels » affirment qu'il est en relation avec la coudée par l'intermédiaire du nombre PI (3,1416) et du nombre PHI (1,618).

Un cercle de diamètre 1 mètre, dont on divise par 6 le périmètre mesure 0,5236 m, soit une coudée. Ensuite on observe que 5/6 de ce même cercle mesure 2,618 mètres, soit le nombre d'or au carré⁸.



Une seconde figure géométrique simple conforte cette observation, il s'agit du double carré, c'est-à-dire un rectangle deux fois plus long que large, comme l'est la chambre haute de la grande pyramide de Khéops.

Si chaque carré mesure 1 mètre, alors la somme de la longueur, la largeur plus la diagonale, mesurent 10 coudées.

Ces deux figures géométriques simples, sont aussi à placer dans le contexte de l'architecture de la grande pyramide de Khéops, dont la chambre haute mesure exactement 10 coudées par 20 coudées et dont le périmètre en mètre mesure 31,416 m.

On peut aussi citer les dimensions des chambres de la pyramide de Khephren⁹, qui sont pour la chambre principale de 14,14 m ± 0,02 (27 coudées) m par 5 m ± 0,02 avec une diagonale de 15 mètres, et pour la chambre souterraine de 10,47 (20 coudées) m par 3,14 m ± 0,01 (6 coudées).

Il est donc logique, dans le cadre de notre étude, de rechercher en plus de la toise les mesures du mètre et de la coudée, car l'objectif est de vérifier scientifiquement des observations factuelles dont nous souhaitons éviter la surinterprétation. De nombreux auteurs, parfois universitaires^{b,c}, font le lien entre les bâtisseurs de cathédrales qui étaient organisés en « compagnonnage » et qui aurait employé des unités de mesure issues de l'Antiquité.

Les unités que nous pouvons rechercher sont les suivantes :

^bPar exemple Jean Pierre Bayard, Pr. ès Lettres, Ingénieur et Écrivain, dans son essai « La tradition cachée des Cathédrales » page 246.

^cHOCQUET (Jean-Claude), « La Métrologie historique », Paris, PUF, collection Que Sais-Je n° 2972, 1995,

- **Toise** de l'Académie des sciences : **194,9 m**
- **Le pied de roi français** : **32,48 cm**
- **Le pied anglais** connu et proche géographiquement : **30,48 cm**
- **Le pied romain** connu et proche géographiquement : **29,63 cm**
- **Le pied dit « attique »** (mesure employée en Grèce antique et en Égypte ancienne) de **30,87 cm**
- **La coudée royale égyptienne** car son observation expérimentale sur divers monuments mérite qu'on y apporte une très grande attention : **52,36 cm**
- **Le mètre** car son existence officielle est controversée par des observations sur des monuments majeurs antérieurs au 18^{ème} siècle, en divers endroits de France^d et dans le monde entier. Livio Burattini avait par exemple suggéré l'usage du mètre tel que nous le connaissons dans un ouvrage paru en 1675 (*Misura Universale*), dans lequel il renomme l'unité de mesure universelle proposée par John Wilkins en *mètre* et la redéfinit comme étant la longueur d'un pendule qui oscille avec une demi-période d'une seconde, soit une longueur correspondant à environ 993,9 mm actuels. Burattini a consacré plusieurs années de sa vie en Égypte à faire des recherches métrologiques sur les pyramides et obélisques. C'est à l'issue de ces années de travail qu'il a envisagé l'emploi d'une nouvelle mesure universelle qu'il appela « metro » (« mètre »)^e.

D'autres unités de mesure existent, mais la recherche de ces dernières ne nous semble pas opportune car elles avaient été perdues, et nous n'en avons retrouvé la trace qu'au 20^{ème} siècle à l'issue de recherches métrologiques très poussées. C'est le cas du Yard et de la Toise mégalithique, ou de la coudée de Nippur dont nous n'avons redécouvert l'existence qu'au début du 20^{ème} siècle. La littérature métrologique même ancienne, ne fait pas écho de ces unités, à l'inverse des unités grecque, romaine et égyptienne.

RESUME :

LA COMPARAISON ENTRE DES MESURES REELLES ET DES MESURES ALEATOIRES MONTRE QU'IL FAUT CANTONNER L'INTERPRETATION DES MESURES AUX PREMIERES MESURES QUI APPARAISSENT DANS LE CLASSEMENT, ET QUE LE NIVEAU DE PRECISION DOIT ETRE SUPERIEUR A 99,8% POUR QUE LES MESURES SE DISTINGUENT DE VALEURS ALEATOIRES. ET ENFIN QUE LES RELATIONS EN FRACTIONS SOIENT LE PLUS SIMPLE POSSIBLE.

AU-DELA DE CES MARGES DE PRECISION ET CLASSEMENT, NOUS RISQUONS DE FAIRE UNE SURINTERPRETATION DES VALEURS REDONDANTES.

^dLa largeur de la porte gauche de la façade de la cathédrale Notre-Dame de Paris mesure exactement 2,000 m. La largeur des portes du donjon du Château de Chambord mesure 1,000 m et 90,0 cm, la hauteur de ces entrées est de 213 cm, soit un nombre entier de pouces romain de 1,852 cm. Les deux gravures fichées dans les murs de l'Abbatiale de St-Nectaire du 11^{ème} siècle mesurent 1,00m et 52,4 cm. La grande pierre fichée dans le mur de l'abbatiale de Conques mesure 1,00 m. Les dimensions de la porte d'entrée de la chapelle de Jonas mesurent 220 cm par 70 cm ± 0,3, évoquant le ratio 22/7 du nombre Pi. De nombreux autres exemples de ce type existent et sont observables facilement, nécessitant une analyse que nous tentons de faire, afin de pouvoir les distinguer d'un hasard fortuit.

^eTito (Livio) Burattini vécut de 1637 à 1641 en Égypte où il prépara une triangulation cartographique du pays, mesura de nombreuses pyramides, obélisques et monuments, et essaya de les classer.

RESULTAT :

Les différents tests statistiques faits pour essayer de déduire les unités de mesure employées nous permettent d'en dégager plusieurs que voici, avec un niveau de probabilité significatif, car inférieur à 1 chance sur 100.

- 33,3 cm
- 52,3 cm
- 116,65 cm (moyenne des mesures détectés entre 116,6 et 116,7)
- 86,6 et 43,3 cm
- 38,9 cm
- 20 cm
- 31,4 cm

Ces mesures peuvent être regroupées : 33,3 ; 116,65 ; 20 cm. Ces trois mesures sont issues du 1/3 de mètre, soit le pied métrique. $116,65 = 3,5$ pieds, et $20 \text{ cm} = 3/5^{\text{ème}}$ de pied.

Puis, les deux suivantes 52,3 ; 31,4 sont liées par un rapport de $3/5^{\text{ème}}$. Il s'agit de la coudée royale égyptienne.

Enfin, 86,6 cm et sa moitié 43,3 sont issues de la valeur du pied de roi et de la toise qui fut en usage en France et dont la valeur du pied était de 32,48 cm et de 194,9 pour la toise. $32,48 \times 2,6666 = 86,6$ et $43,3 = 1,3333$ pieds de roi.

Nous nous bornerons dans cette première partie à ces simples observations. Nous proposons une interprétation dans la seconde.

Terminons en citant Jean Claude Hocquet qui rapporte les travaux des conférenciers du Congrès international de métrologie historique :

« Comme beaucoup de mesures linéaires antiques sont très proche de 33 cm, voir atteignent 33,33 cm, il est tentant de conclure que connaissant le tiers de mètre, les anciens avaient déjà établi la valeur du mètre linéaire de 100 cm. »^f

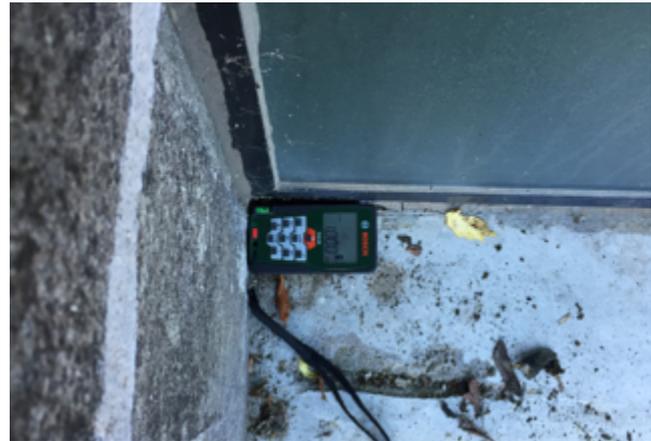
^fHocquet Jean-Claude. Comité International pour la métrologie historique. In : *Histoire & Mesure*, 1986 volume 1 - n°3-4

PHOTOS DES MESURES QUI SONT A L'ORIGINE DE L'UNITE METRIQUE DANS NOTRE ETUDE.

EGLISE DE ST DIERY



Cette porte a probablement été transformé en fenêtre à l'issue de travaux d'aménagement de la place. Le niveau du sol a été rehaussé, rendant impossible la mesure de la hauteur de cette ouverture. La largeur reste intacte en revanche, et elle mesure $100\text{ cm} \pm 0,1$.



La véritable porte d'entrée de St Diéry, mesurant, quant à elle $173,2\text{ cm} \pm 0,2$ de large pour une hauteur de $273,2 \pm 0,3\text{ cm}$. Soit $\sqrt{3}$ exprimé en mètre pour la largeur et $\sqrt{3} + 1$ pour la hauteur de cette

porte.



ABBATIALE DE ST NECTAIRE :

C'est dans cette église Romane du XIème siècle, que nous avons démarré notre enquête, car nous avons trouvé une fresque intégrée dans le mur de l'église qui mesure 1 m de large. Et juste en dessous, se trouvait une pierre qui mesurait 52,4 cm, soit une coudée... Etonné par cette simple observation, j'ai mesuré la première arcade de l'entrée, et ma surprise fut de constater qu'elle mesurait $300 \text{ cm} \pm 0,2 \text{ m}$ selon l'état de la pierre. La seconde arcade de l'entrée est large de $209 \text{ cm} \pm 0,2$, soit 4 coudées. La longueur intérieure de l'église est aussi un nombre entier de coudée, puisqu'elle mesure 72 coudées. La longueur extérieure est de 40 mètres, la longueur jusqu'à la croisée est de 20 m. Enfin Une autre porte latérale mesure 4 coudées de hauteur...

En clair, les deux pierres exposées dans le mur de l'Eglise semblent donner la mesure de l'église, puisqu'on retrouve ces mesures avec une très grande précision sur plusieurs éléments de l'édifice.



Il y a dans l'église de St Nectaire d'autres mesures troublantes, puisque l'épaisseur des murs mesure exactement $100 \text{ cm} \pm 0,2$. Le plan de l'église de St Nectaire que je ne présente pas ici, emploie de manière évidente le mètre et la coudée, mais ce n'est pas l'objet de cette publication.

Fort de ces observations simples, rassemblées dans un seul et même édifice j'ai commencé à mesurer toutes les portes d'entrées des églises de la région pour l'étude en question.

ABBATIALE ST AUSTREMOINE D'ISSOIRE



La largeur de la porte d'entrée nord est de 250 cm $\pm 0,2$. La hauteur de cette dernière est de 432,7 cm $\pm 0,2$. Ces deux dimensions délivrent le 1/2 mètre et le 1/3 de mètre.

$$250/5 = 50 \text{ cm}$$

$$432,7 / 13 = 33,3 \text{ cm} \pm 0,02$$

Le rapport entre la hauteur et la largeur est $\frac{433}{250} = \sqrt{3} \pm 0,06\%$.



La racine de 3 est exprimée en mètre est aussi présente dans l'église de St Diéry, de Antoingt, de Besse et de Coudes dont la largeur des portes mesure 173,2 cm $\pm 0,2$. On retrouve aussi 6 multiples de la $\frac{1}{2}\sqrt{3}$ parmi les mesures effectuées.



La largeur de la porte Ouest de l'église d'Issoire mesure 266,6 m $\pm 0,2$. Soit $\frac{8}{3}$ de mètre.

La hauteur de cette entrée est de 418,7 m $\pm 0,2$, soit un rapport intéressant de $\frac{1}{2}$ de PI.



EGLISE DE VIC LE COMTE

Cette église est composée d'une double porte de largeur $1,333 \pm 0,005$ avec un pilier centrale 74,4 cm. La hauteur de 3m41 permet de comprendre que les deux portes et le pilier centrale forme un carré de 3m41.



EGLISE DE CHADELEUF



La porte latérale de cette église mesure 1m331 de large, elle fait partie des portes qui mesure un nombre entier de 33,33 cm $\pm 0,05$ cm.

EGLISE DE SAUXILLANGES.

Cette église comporte deux portes, celle qui se trouve en façade sud est particulièrement intéressante, puisqu'elle mesure $233,3 \text{ cm} \pm 0,2$ par $166,6 \text{ cm} \pm 0,2$. Ce qui confère à cette porte un ratio de $7/5$ et dont l'unité de base est le pied métrique de $33,3 \text{ cm}$.



DONNEES BRUTES

LIEUX	HAUTEUR	LARGEUR
ST SATURNIN	314	171
ST SATURNIN	344	191
ISSOIRE	418,9	266,6
ISSOIRE	432,7	308
AYDAT	283,8	196,8
AYDAT	293,5	148
OLLOIX	323	182
ST NECTAIRE	335	208,9
BESSE	373,4	173,4
BESSE	243,6	159,6
SAURIER	234,6	194,8
DAUZAT SOUS VODABLE	296,3	169
BOSLABERG	233,3	116,4
CHAMBON	285,1	165,2
MAILHAT	238	176,6
MAILHAT	230,8	199,8
BREUIL SUR COUZE	300,8	198,5
YRONDE	298,2	171,4
VALBELEIX	309,1	156,6
COURGOUL	229	150,9
ST NECTAIRE	384,2	300
ST DIERY	273,4	173,2
PARDINES	293	179,8
CHADELEUF	314	133
CHAMPEIX	344,6	221,4
CHAMPEIX	219,3	100,9
MANGLIEU	259,5	191,2
MANGLIEU	233,3	166,8
SAUXILANGES	464,6	252,2
AULHAT ST PRIVAT	340,4	198,8
FLAT	263,8	163,8
BRENAT	337,2	169,7
SOLIGNAT	249,2	152,4
RONZIERES	247,8	156,8
MEGEMONT	233,4	127,2
MEGEMONT	142,9	94,4

CHASSAGNE	227,8	162,2
JONAS	220,5	70,4
NONETTE	251,2	168,8
NONETTE	204,8	191,1
ST GERMAIN LEMBRON	283,2	205,9
ST GERMAIN LEMBRON	180	70
ST GERMAIN LEMBRON	329,2	180,2
ST GERMAIN LEMBRON	235,1	185,6
BOUDES	282,4	177,3
MAREUGHEOL	304,2	166,7
ANTOINGT	268	173,4
ST VICTOR LA RIVIERE	261,8	142,6
ST VINCENT	425,4	182,5
ST FLORET	258,2	155,8
CHAYNAT	294,4	139,9
CHAYNAT	182,7	88,2
ST YVOINE	229,7	145,4
COUDES	301	173,5
COUDES	261,8	149,3
PARENTIGNAT	264,8	126,9
ST REMY DE CHARNAT	282,4	184,2
ST REMY DE CHARNAT	202	116,8
USSON	278,5	138,3
USSON	248,3	102,2
USSON	180,2	68,9
ST FLORET VILLAGE	334,5	180,2
ST HERENT	216,8	157
PLAUZAT	309,9	178,3
AUTHEZAT	279,3	194,6
LA SAUVETAT	284,9	145
LA CHAPELLE MARCOUSSE	204,7	135
VIC LE COMTE	341,9	133,3
VIC LE COMTE	342,4	132,6
VIC LE COMTE	232,5	170
TALLENDE	267	150,1
ST AMAND TALLENDE	325,1	214,5
ST SAINDOUX	273,6	216,3
ST SAINDOUX	219,8	90

ST SAINDOUX	220,8	89,5
ORSONETTE		169,8
AUTHEZAT PORTE 2		190,2
ST DIERY		100
GRANDEYROLLE	190,9	159,9
LOMPRAT	205,9	180,4

RESULTATS BRUTES TOP 100 SUR 1000 MESURES TESTEES ENTRE 20 ET 120 CM

Unité testée	K = nombre de multiple
33,300	12
20,000	11
52,300	9
31,400	9
38,900	8
95,200	8
116,200	7
116,300	7
116,400	7
116,800	7
117,000	7
117,100	7
117,200	7
30,000	8
59,900	7
78,400	7
36,000	7
95,100	7
95,300	7
60,100	8
43,300	8
44,200	8
34,900	7
52,400	7
57,000	7
68,400	7

23,800	8
30,400	7
46,500	7
50,200	7
89,700	7
89,800	7
89,900	7
90,000	7
90,100	7
90,200	7
90,300	7
116,500	6
116,600	6
116,700	6
116,900	6
77,600	6
78,000	6
78,200	6
78,500	6
78,600	6
21,200	8
63,600	7
36,100	6
38,200	6
99,700	6
44,100	7
44,300	7
44,900	7
45,000	7
33,400	6
56,500	6
56,700	6
31,500	6
32,700	6
33,100	6
60,000	6

66,400	6
66,600	6
66,800	6
68,300	6
68,500	6
69,800	6
71,100	6
100,100	6
100,200	6
100,300	6
102,700	6
102,800	6
114,300	6
116,100	6
47,000	6
47,800	6
83,700	6
83,800	6
85,100	6
85,200	6
85,300	6
86,300	6
86,400	6
86,500	6
86,600	6
86,700	6
87,000	6
88,800	6
88,900	6