# Notice Explicative de la Méthode de Calcul de la Probabilité d'Alignement de Points appliquées aux monuments mégalithiques.

Quentin Leplat – octobre 2024

**Objectif :**

Cette méthode vise à estimer la probabilité que « n » points soient alignés par hasard dans une bande de largeurs « L » au sein d'un cercle de diamètre « D », parmi un ensemble total de « N » points. Elle prend en compte la surface déterminée par les points alignés et applique la loi binomiale pour ajuster la probabilité à l'ensemble des points présents.
Nous mettons en place ce protocole dans un secteur dans lequel nous suspectons un alignement de 4 dolmens sur une distance de 7820 mètres. Dans le cercle qui englobe cet alignement, nous avons compté 27 monuments de mêmes catégories (dolmens). La taille des dolmens constituant la marge d'erreur.

**Étapes de la Méthode :**

1. **Détermination de la Surface du Cercle :**
   - Le premier calcul consiste à estimer la surface totale « Sc » du cercle qui passe par les extrémités des points alignés. Cette surface est donnée par la formule :
   $$Sc = \pi \times \left(\frac{D}{2}\right)^2$$
   - Cette étape permet de définir la zone totale dans laquelle les points sont répartis.
2. **Détermination de la Surface de la Bande par laquelle passe les points suspectés d'alignement :**
   - La surface « Sb » de la bande qui contient les points alignés est calculée en multipliant la largeur « L » par la distance « D » entre les extrémités de la bande :
   $$Sb = L \times D$$
   - Cette surface représente la zone étroite dans laquelle les points pourraient être alignés par hasard.
3. **Calcul de la probabilité que le Troisième Point soit dans la Bande :**
   - La probabilité « P(3) » qu'un troisième point (après deux points déjà alignés) se trouve dans cette bande est estimée par le ratio des surfaces :
   $$P(3) = \frac{Sb}{Sc}$$
   - Ce calcul donne la probabilité qu'un point supplémentaire tombe dans la bande spécifiée.
4. **Application de la Loi Binomiale :**
   - Pour prendre en compte le nombre total de points « N », la loi binomiale est appliquée pour ajuster la probabilité d'observer « n » points alignés parmi les « N » points présents. Comme deux points sont toujours alignés, nous devons soustraire 2 à « n » et « N ».
   $$Pfinal = \binom{N-2}{n-2} \times P(3) \times (1 - P(3))^{(N-2)-(n-2)}$$

- Cette formule utilise le coefficient binomial pour comptabiliser les combinaisons possibles de « n » points parmi « N », en ajustant pour les points qui ne tombent pas dans la bande.

**Justification de la Méthode :**

- **Proportionnalité des Surfaces** : En comparant la surface de la bande à la surface totale du cercle, on obtient une estimation intuitive de la probabilité de trouver un point supplémentaire dans la bande.
- **Indépendance des Points** : La méthode suppose que chaque point a une probabilité indépendante d'être dans la bande, ce qui permet de multiplier les probabilités pour estimer la présence de plusieurs points alignés.
- **Loi Binomiale** : Intégrer la loi binomiale est pertinent, car elle tient compte des combinaisons possibles de « n » points parmi le total « N », offrant une approche complète pour ajuster les probabilités théoriques à un ensemble donné de points.

**Limites de la Méthode et Discussion :**

1. **Hypothèse d'Indépendance** : La méthode repose sur l'hypothèse que chaque point a une probabilité indépendante et une distribution uniforme d'apparaître dans la bande ou le cercle. En réalité, la répartition spatiale des points pourrait être influencée par des facteurs non pris en compte (comme la présence de rivières, lacs, bras de mer qui rendent impossible la possibilité de poser un dolmen à ces endroits-là). Ce défaut aura tendance à surestimer le hasard, mais dans des proportions faibles au regard de la surface totale de la zone étudiée.
2. **Approximation de la Surface de la Bande** : La précision des calculs dépend de la largeur de la bande « L ». Si la largeur choisie ne correspond pas précisément à la tolérance de l'alignement, cela pourrait affecter la probabilité estimée. Ce point-là est assez facile à gérer, car il suffit de mesurer la largeur des monuments et la largeur de la bande qui passe sur ces monuments en prenant une mesure en excès afin de garantir la sur estimation du calcul.
3. **Sensibilité aux Paramètres** : Les résultats peuvent être très sensibles aux valeurs choisies pour « L », « D », et « N ». Une petite variation dans ces paramètres peut entrainer de grandes différences dans la probabilité calculée. Ceci serait vrai sur de courte distance avec des mesures approximatives. Mais ce n'est pas le cas ici.
4. **Non-Prise en Compte des Interactions Géométriques** : La méthode ne prend pas en compte des interactions géométriques complexes ou des corrélations spatiales entre les points, ce qui pourrait influencer le calcul réel des probabilités. En effet, dans l'ensemble que nous étudions, il y a d'autres principes géométriques qui ont déterminé l'emplacement de certains dolmens. Donc, ils ne peuvent se trouver sur l'alignement que nous testons. Ceci entraine une sous-estimation du hasard.

Nous pouvons considérer que les approximations liées au point 1 et 4 s'annulent et ne peuvent en aucun cas changer la nature du résultat.

**Conclusion :**

Cette méthode offre une estimation rapide et intuitive de la probabilité d'alignement de points, en tenant compte des surfaces et des distributions supposées. Toutefois, pour des analyses plus précises ou des configurations complexes, il serait utile d'utiliser des simulations ou des modèles statistiques avancés qui peuvent intégrer des distributions non uniformes et des dépendances spatiales. Afin de nous prémunir de ces erreurs liées à la distribution uniforme, il est possible d'élever le seuil d'un test significatif. En général, la plupart des publications scientifiques utilisent une « P Value » d'une chance sur 20, soit « Pvalue » $\leq 0{,}05$. Nous recommandons de viser une probabilité d'une chance sur 100, soit « Pvalue» $\leq 0{,}01$.

## ANNEXES :

## Voici le code html du test d'alignement :

```html
<!DOCTYPE html>
<html lang="fr">
<head>
    <meta charset="viewport" content="width=device-width, initial-scale=1.0">
    <meta charset="UTF-8">
    <title>Calcul de la Loi Binomiale avec Animation</title>
    <style>
        #circle {
            position: relative;
            width: 400px;
            height: 400px;
            border-radius: 50%;
            border: 2px solid black;
            margin: 20px auto;
            background-color: #f0f8ff;
        }
        .point {
            position: absolute;
            width: 8px;
            height: 8px;
            border-radius: 50%;
        }
        .aligned {
            background-color: red;
        }
        .non-aligned {
            background-color: blue;
        }
    </style>
</head>
<body>
    <h1>Calcul de la Probabilité avec la Loi Binomiale</h1>
    <form id="binomialForm">
        <label for="alignedPoints">Nombre de points alignés :</label>
        <input type="number" id="alignedPoints" min="3" required><br><br>

        <label for="totalPoints">Nombre total de points :</label>
        <input type="number" id="totalPoints" min="3" required><br><br>

        <label for="D">Longueur de l'alignement (D) en mètres :</label>
        <input type="number" id="D" step="0.01" required><br><br>

        <label for="L">Largeur de la bande (L) en mètres :</label>
        <input type="number" id="L" step="0.01" required><br><br>

        <label for="n">Nombre de succès (n) :</label>
        <input type="number" id="n" readonly><br><br>

        <label for="N">Nombre d'essais (N) :</label>
        <input type="number" id="N" readonly><br><br>

        <label for="P">Probabilité de réussir un essai (P) :</label>
        <input type="number" id="P" readonly><br><br>

        <button type="button" onclick="calculateProbability()">Calculer</button>
    </form>

    <div id="circle"></div>
```

```
    <h2>Résultat</h2>
    <p id="result"></p>

    <script>
        function factorial(x) {
            if (x === 0 || x === 1) return 1;
            let result = 1;
            for (let i = 2; i <= x; i++) {
                result *= i;
            }
            return result;
        }

        function binomialCoefficient(N, n) {
            if (N < n || n < 0) return 0;
            return factorial(N) / (factorial(n) * factorial(N - n));
        }

        function calculateProbability() {
            const alignedPoints = parseInt(document.getElementById('alignedPoints').value);
            const totalPoints = parseInt(document.getElementById('totalPoints').value);
            const D = parseFloat(document.getElementById('D').value);
            const L = parseFloat(document.getElementById('L').value);

            const n = alignedPoints - 2;
            const N = totalPoints - 2;

            const Sc = Math.pow(D / 2, 2) * Math.PI;
            const Sb = L * D;

            const P = Sb / Sc;

            document.getElementById('n').value = n;
            document.getElementById('N').value = N;
            document.getElementById('P').value = P.toFixed(10);

            if (N < n || P < 0 || P > 1) {
                document.getElementById('result').textContent = "Veuillez entrer des valeurs valides pour N, n, D, et L.";
                return;
            }

            const binomialProb = binomialCoefficient(N, n) * Math.pow(P, n) * Math.pow(1 - P, N - n);
            document.getElementById('result').textContent = `Vous avez une chance sur ${Math.round(1 / binomialProb)} d'avoir ${alignedPoints} points alignés sur
${totalPoints} points.`;

            // Affichage des points sur le cercle
            drawPoints(alignedPoints, totalPoints);
        }

        function drawPoints(aligned, total) {
            const circle = document.getElementById('circle');
            circle.innerHTML = ''; // Réinitialise les points

            // Positionnement des points alignés en ligne droite
            const startX = 100; // Point de départ pour l'alignement sur la ligne
            const startY = 100;
            const endX = 300; // Point final de la ligne
            const endY = 300;

            for (let i = 0; i < aligned; i++) {
                const x = startX + (endX - startX) * (i / (aligned - 1)); // Positionnement linéaire sur X
                const y = startY + (endY - startY) * (i / (aligned - 1)); // Positionnement linéaire sur Y

                const point = document.createElement('div');
```

```
            point.className = 'point aligned';
            point.style.left = `${x - 4}px`; // Centrage du point
            point.style.top = `${y - 4}px`;
            circle.appendChild(point);
        }

        // Dessin des points non alignés de façon aléatoire
        for (let i = 0; i < total - aligned; i++) {
            const point = document.createElement('div');
            point.className = 'point non-aligned';
            positionPoint(point);
            circle.appendChild(point);
        }
    }

    // Fonction pour positionner les points non alignés aléatoirement dans le cercle
    function positionPoint(point) {
        const radius = 200; // Rayon du cercle
        const angle = Math.random() * 2 * Math.PI;
        const r = radius * Math.sqrt(Math.random());
        const x = r * Math.cos(angle) + radius - 4; // Ajuster pour centrer
        const y = r * Math.sin(angle) + radius - 4;
        point.style.left = `${x}px`;
        point.style.top = `${y}px`;
    }

    // Mise à jour automatique des champs n et N
    document.getElementById('alignedPoints').addEventListener('input', function() {
        document.getElementById('n').value = parseInt(this.value) - 2;
    });

    document.getElementById('totalPoints').addEventListener('input', function() {
        document.getElementById('N').value = parseInt(this.value) - 2;
    });
  </script>
</body>
</html>
```

# Calcul de la Probabilité avec la Loi Binomiale

Nombre de points alignés : 4

Nombre total de points : 27

Longueur de l'alignement (D) en mètres : 7817

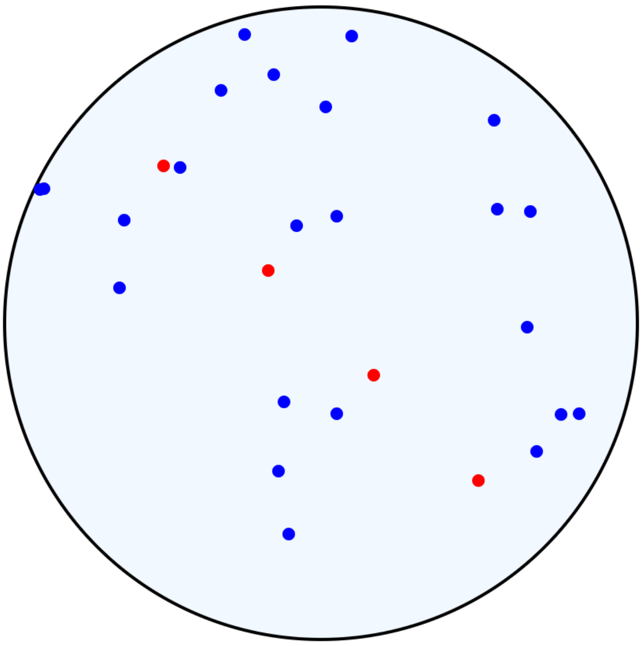
Largeur de la bande (L) en mètres : 4

Nombre de succès (n) : 2

Nombre d'essais (N) : 25

Probabilité de réussir un essai (P) : 0,0006515234

Calculer



## Résultat

Vous avez une chance sur 7971 d'avoir 4 points alignés sur 27 points.